# Minitab® 19

## Minitabエッセンシャルズ I

# MinitabエッセンシャルズI – 目次

### 第 1 章：Minitabの概要

- Minitabのファイル構造を理解する。
- ナビゲーターを使用したMinitab環境を操作する。

### 第 2 章：Minitabイントロダクション

- 他のソフトウェアプログラムからデータをインポートする。
- 分析ステップを再実行するためのファイルを生成し、実行する。
- グラフを使って、データを表示する。
- データを再コード化し、新しい変数を作成する。
- 分析データを再構築する。

### 第 3 章：仮説検定：連続データ

- 1サンプルt検定と信頼区間を使って、母平均と目標値の間の差を評価する。
- 検出力分析を使って、仮説検定の検出力を調査する。
- 2サンプルt検定を使って、2つの母平均の間の差を調べる。
- 対応のあるt検定を使って、対応のある観測値の間の差を調べる。

## 第 4 章：仮説検定：属性データ

- 1サンプルの比率の検定に対する適切なサンプルサイズを特定する。
- 1サンプルの比率の検定を利用し、検出率が目標値と異なっているかどうかを調べる。
- 2サンプルの比率の検定を利用し、検出率が互いに異なっているかどうかを調べる。
- 2つのカテゴリー変数が関連付けられるかどうかを調べる。

## 第 5 章：同等性検定（オプション）

- 検出力分析を使って、仮説検定の検出力を調査する。
- 2サンプルの同等性検定を利用し、2つの母平均の間の同等性を調べる。
- 対応のある同等性検定を利用し、対応のある観測値間の同等性を調べる。

# 仮説検定：連続データ

# 3

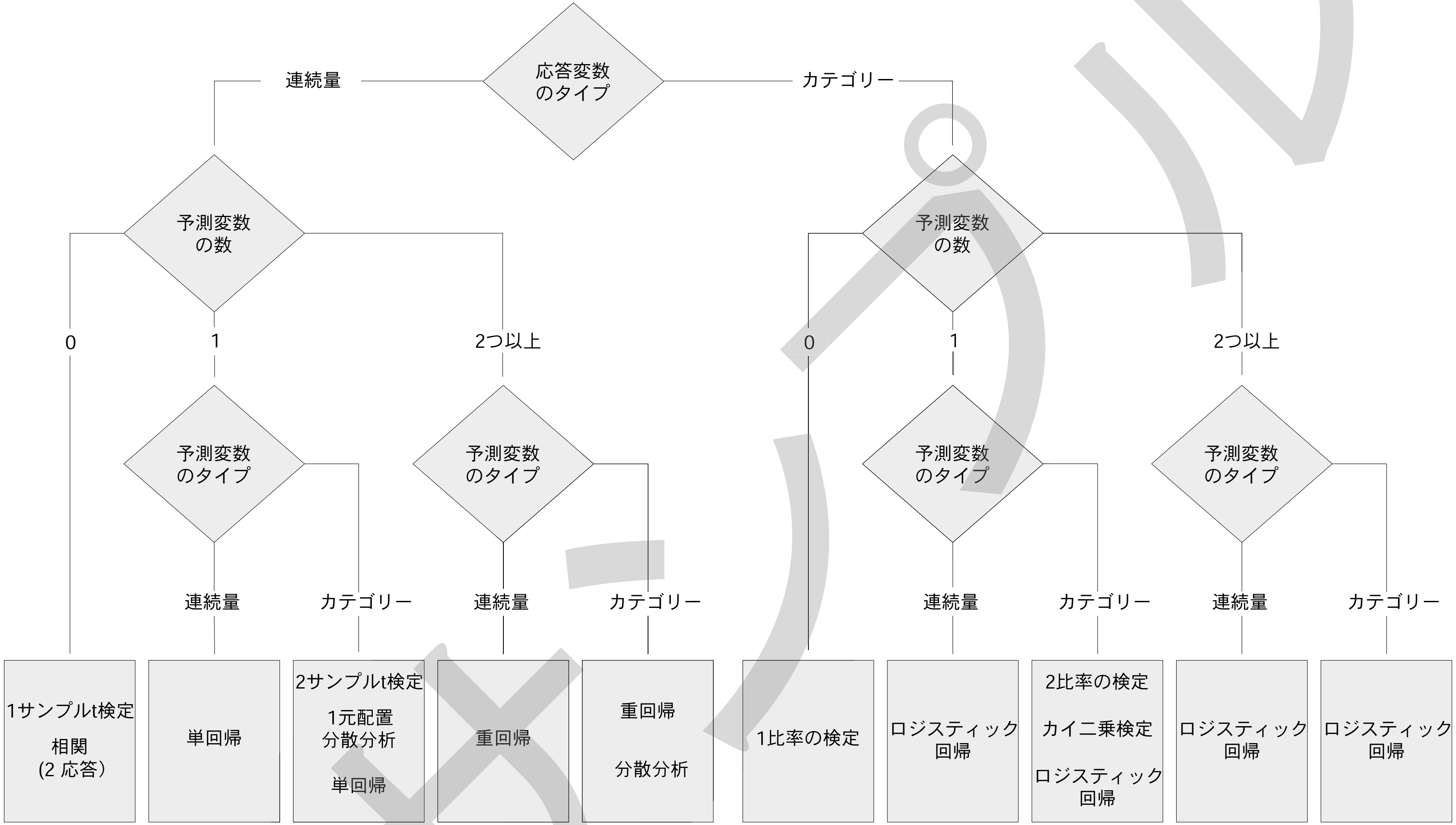
# 仮説検定：連続データ

## 目的

- 1サンプルt検定と信頼区間を使って、母平均と目標値の間の差を評価する。
- 検出力分析を使って、仮説検定の検出力を調査する。
- 2サンプルt検定を使って、2つの母平均の間の差を調べる。
- 対応のあるt検定を使って、対応のある観測値の間の差を調べる。

## この章の内容

# 分析方法の選択



応答変数
のタイプ
連続量
カテゴリー
予測変数
の数
0
1
2つ以上
予測変数
のタイプ
連続量
カテゴリー
1サンプルt検定
相関
(2 応答)
単回帰
2サンプルt検定
1元配置
分散分析
単回帰
重回帰
重回帰
分散分析
1比率の検定
ロジスティック
回帰
2比率の検定
カイ二乗検定
ロジスティック
回帰
ロジスティック
回帰
ロジスティック
回帰

# 仮説検定と信頼区間

## 例 1：シリアルの箱詰め

### 問題

あるシリアルの製造業者は、シリアルを箱に詰める工程が目標通り行われているかどうかを調べたいと考えています。シリアルの箱重量の目標値は、365gです。

### データ収集

技術者たちは、ランダムに6箱を選び出し、重量を測定し、そのサンプルデータを使って母平均（工程平均）を推定します。

### ツール

- **[記述統計量]**
- **[1サンプルt]**
- **[正規性検定]**
- **[個別値プロット]**

### データセット

CerealBx.MPJ

| 変数 | 記述 |
|---|---|
| 箱重量 | シリアルの入った箱の重量 (g) |

# 記述統計量の表示

記述統計量を使って、データの重要な特徴をまとめます。特に、記述統計量は、データの位置やばらつきについての有用な情報を提供してくれます。

## 記述統計量表示

1. CerealBx.MPJを開きます。
2. **[統計]** > **[基本統計]** > **[記述統計量表示 ]**を選択します。
3. **[変数]**に箱重量を入力します。
4. **[OK]**をクリックします。

# 結果の解釈

この統計量は、標本平均が366.70gであることを示しています。これは、目標とする365gをわずかに上回る数値です。1サンプルt検定では、この差（1.7g）とデータ内のばらつきを比較します。サンプルデータの標準偏差は2.40gではありますが、1サンプルt検定で使うばらつきは平均の標準誤差の方です。

## 記述統計量: 箱重量

統計量

| 変数 | N | 欠損値 | 平均 | 平均の標準誤差 | 標準偏差 | 最小 | Q1 | 中央値 | Q3 | 最大 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 箱重量 | 6 | 0 | 366.70 | 0.981 | 2.40 | 363.43 | 364.25 | 367.22 | 368.31 | 370.13 |

# 平均の標準誤差

平均の標準誤差は、単に、データ数の平方根で標準偏差を割った値であることが分かります。この値は、標本平均の分布のばらつきを表します。1サンプルt検定では、計算の際、（生のデータの分布ではなく）標本平均の分布を使います。それ故、平均の標準誤差が、t検定や信頼区間を計算する際のばらつきの推定値として使用されます。

## 平均の標準誤差

平均の標準誤差（平均のSE）では、同じ母集団から繰り返しサンプルを抽出した場合に得られるサンプル平均間の変動性が推定されます。平均の標準誤差はサンプル間の変動性を推定し、標準偏差は単一サンプル内の変動性を測定します。

たとえば、ランダムサンプルである312個の配達時間に基づいた平均配達時間は3.80日、標準偏差は1.43日であるとします。この数値から求められる平均の標準誤差は、0.08日（1.43を312の平方根で割ったもの）です。同じ母集団から同じサイズのランダムサンプルを複数抽出すると、異なるサンプル平均の標準偏差はおよそ0.08日になります。

### 解釈

平均の標準誤差を使用して、サンプル平均がどれだけ正確に母集団平均を推定するかを判断します。

平均の標準誤差の値が小さいと、母平均の推定値の精度が高くなります。通常、標準偏差が大きいと、平均の標準誤差が大きくなり、母平均の推定値の精度が低くなります。サンプルサイズが大きいと、平均の標準誤差が小さくなり、母平均の推定値の精度が高くなります。

Minitabは、平均の標準誤差を使用して信頼区間を計算します。

# 仮説検定

## 仮説検定とは

仮説検定とは、母集団から収集したサンプルデータを使用し、その母集団に関する仮説を検定する手法です。1サンプルt検定は、仮説検定における多くの手法の中の1つです。

例えば、ピストンロッドの平均長さが目標値と等しいかどうかを検定するため、いくつかのロッドの長さを測定し、それらのサンプルから求めた平均値によって、すべてのロッドの母集団の平均長さを推定します。このように、サンプルの情報を使って母集団についての結論を述べる方法を、統計的推測と言います。

## どのような時に仮説検定を使うのか

サンプルデータを手に入れることができ、1つかそれ以上の母集団について推測を行う際に仮説検定を使います。

## なぜ仮説検定を使うのか

仮説検定は、次のような疑問に答えます。

- 工程は正しく中心化しているか？
- あるサプライヤーの製品は、他のサプライヤーの製品より優れているか？
- ある実験において、処理群の間に違いはあるか？

例えば、

- 紙料の平均幅は、目標の8.5インチになっているか？
- あるサプライヤーの燃料は、他のサプライヤーの燃料よりきれいに燃焼するか？
- 買い物客は、ある配合組成のソフトドリンクを他のものよりも好むか？

# 1サンプル t検定

## 1サンプルt検定とは

1サンプルt検定とは、$\mu$（母平均）が仮説平均と等しいかどうかを決めるための手法です。

この検定では、$\sigma$（母標準偏差）を推定するためにサンプルの標準偏差を使います。標本平均と仮説平均の差が、標本平均のばらつきと比べて大きければ、母平均$\mu$と仮説平均の間には差があると考えます。

## どのような時に1サンプルt検定を使うのか

単純ランダムサンプリングにより連続量のデータが得られるとき、1サンプルt検定を使用できます。

この検定は、母集団が正規分布することを仮定します。しかし、検定に使用する観測値がランダムに収集され、データが連続量で単峰形、かつ、分布がほぼ左右対称であるならば、この仮定からの逸脱に対して頑健です。（[1]を参照）

## なぜ1サンプルt検定を使うのか

1サンプルt検定は、次のような疑問に答えます。

- 工程は目標通りか？
- サプライヤーの材料のキー特性は、望ましい平均値になっているか？

例えば、

- カミソリの刃の平均幅は、目標値より大きいか小さいか？
- あるサプライヤーから供給されるボルトの平均強度は、最小要求値より低いか？

# 帰無仮説の検定

このシリアルの製造業者は、梱包工程の平均重量が目標重量の365gより有意に異なるかどうかを決めなければなりません。工程平均は、統計用語で*母平均*、あるいは$\mu$（ミュー）と呼びます。

## 統計的仮説

$\mu$は365と等しいか、もしくは、そうでないかのどちらかです。これらの選択肢を、2つの仮説として記述します。

- *帰無仮説*（$H_0$）：$\mu$は365gと等しい
- *対立仮説*（$H_1$）：$\mu$は365gと等しくない

この技術者たちが、母集団のすべての箱を測定することは、現実的な手段ではありません。そのため、どちらの仮説が正しいかを確実に知ることはできません。しかし、適切な仮説検定を使えば、彼らは十分な情報に基づく決定を行うことができます。この箱重量のデータに対して適切な検定手法は、1サンプルt検定です。

## 1サンプルt

1. **[統計]** > **[基本統計]** > **[1サンプルt]**を選択します。
2. ダイアログボックスを次のように設定します。


3. **[OK]**をクリックします。

# 結果の解釈

## 仮説検定のロジック

すべての仮説検定は、同じ手順で行われます。

1. $H_0$が真であると仮定します。
2. 上記の仮定の下、収集したサンプルが期待からどのくらい違っているのかを決めます。
3. そのサンプルが、$H_0$が真であるという仮定の下では起こりそうもないものであれば、$H_0$を棄却します。

このt検定の結果は、標本平均が366.705gであることを示しています。t検定では、"μが365gと等しいと仮定すると、標本平均と365gのこの差はどの程度起こりうるものなのか？（もしくは、これ以上の差はどの程度起こりうるのか?）"という疑問に答えます。その答えは、確率（P）として与えられ、今回の検定では0.143となります。

## T値

t値（1.74）は、次式で求められます。

t =（標本平均 –仮説平均）/ 平均の標準誤差

ここで、平均の標準誤差は、平均のばらつきの単位です。一定のサンプルサイズの下では、tが増加するとp値が減る関係にあります。

### 1サンプルt: 箱重量

#### 記述統計量

| N | 平均 | 標準偏差 | 平均の標準誤差 | μに対する95%信頼区間 |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 366.704 | 2.403 | 0.981 | (364.183, 369.226) |

μ: 箱重量の平均

#### 検定

帰無仮説　$H_0$: μ = 365

対立仮説　$H_1$: μ ≠ 365

| t値 | p値 |
|---|---|
| 1.74 | 0.143 |

# 結果の解釈

## 結論

結論を出すには、検定の前に有意水準α（アルファ）を選択しておきます。

- p値がα以下の場合、$H_0$を棄却する。
- p値がαより大きければ、$H_0$を棄却できない。（技術的には、これは$H_0$を*受け入れた*のではなく、単に棄却できなかっただけである。）

αの一般的な値は0.05です。しかし、検定に求められる感度や、誤って帰無仮説を棄却することによるその後の結果への影響に応じて、この値を高くしたり、低くしたりすることができます。箱重量のデータでは、αを0.05とします。p値（0.143）はαより大きいため、$H_0$を棄却する根拠がないことになります。

## 次の作業

正規性の仮定を調べます。

### 1サンプルt: 箱重量

#### 記述統計量

| N | 平均 | 標準偏差 | 平均の標準誤差 | μに対する95%信頼区間 |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 366.704 | 2.403 | 0.981 | (364.183, 369.226) |

μ: 箱重量の平均

#### 検定

帰無仮説　$H_0$: μ = 365
対立仮説　$H_1$: μ ≠ 365

| t値 | p値 |
|---|---|
| 1.74 | 0.143 |

# 正規性の仮定の検定

1サンプルt検定は、正規分布に従う母集団からデータが抽出されたものと仮定します。

今回のデータに対し、正規性の仮定が正しいかどうかを調べるため、正規性の検定を行います。

**注**　t検定は、使用する観測値がランダムに収集され、データが連続量で単峰形、かつ、分布がほぼ左右対称であるならば、この仮定からの逸脱に対して頑健です。

## 正規性検定

1. **[統計]** > **[基本統計]** > **[正規性検定]**を選択します。
2. ダイアログボックスを次のように設定します。


3. **[OK]**をクリックします。

# 結果の解釈

正規確率プロットを使って、データが正規分布から著しく逸脱していないことを確認します。

- データが正規分布からのものであれば、点はほぼ適合線に従う。
- データが正規分布からのものでなければ、点は適合線に従わない。

## Anderson–Darling正規性検定

Anderson–Darlingの正規性検定の仮説は、以下になります。

$H_0$: データは正規母集団からのものである。

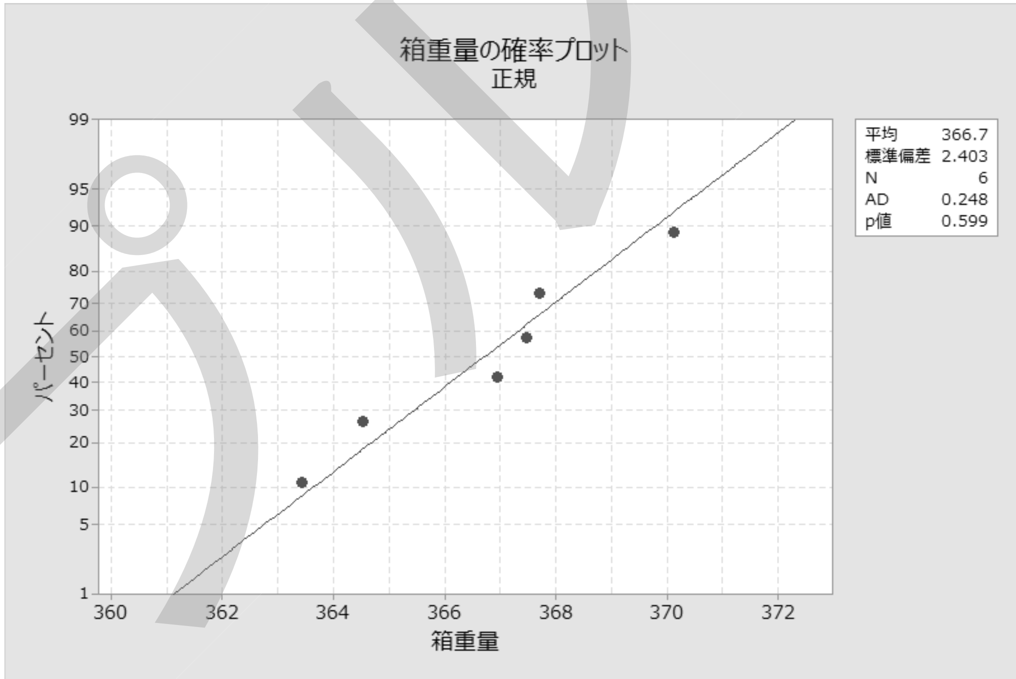
$H_1$: データは正規母集団からのものではない。

有意水準 $\alpha$ = 0.05で、正規性からの有意な逸脱は検出されていません。

## 結論

正規確率プロットとAnderson–Darling検定に基づき、データが正規分布から著しく逸脱していないと仮定します。サンプルサイズが小さい場合、正規性の仮定は、過去のデータに伴なう経験に基づくこともあります。

**注**　データが正規分布に従っていない場合、Box–Cox変換を使ってデータを変換したり、1サンプル符号検定のようなノンパラメトリック検定を使ったりすることができます。




## 次の作業

信頼区間を解釈します。

# 信頼区間

## 信頼区間とは

信頼区間は、サンプルデータに基づいて推定される、母集団のパラメータ（$\mu$のような値）が存在するであろう範囲です。例えば、$\mu$に対する95％信頼区間とは、その区間に$\mu$が含まれることの信頼度が95%であるということです。または、繰り返し抽出した上で、100個の区間のうち95個は$\mu$を含むだろうと言い換えることもできます。

## どのような時に信頼区間を使うのか

以下のような場合に信頼区間を使います。

- サンプルデータから1つ以上の母集団に対する推測を行う。
- $\mu$のような母集団のパラメータの推定値に関する精度を定量化する。

## なぜ信頼区間を使うのか

信頼区間は、仮説検定と同様の疑問を解決します。

- $\mu$は目標通りか？
- $\mu$の推定は、どのくらい精度が高いか？
- $\mu$はどのくらい低いのか、あるいは高いのか？

例えば、

- 部品の長さの平均値は、5cmより大きいのか？
- コーヒー豆の袋の平均重量の値はどのくらいの範囲を取りうるのか？

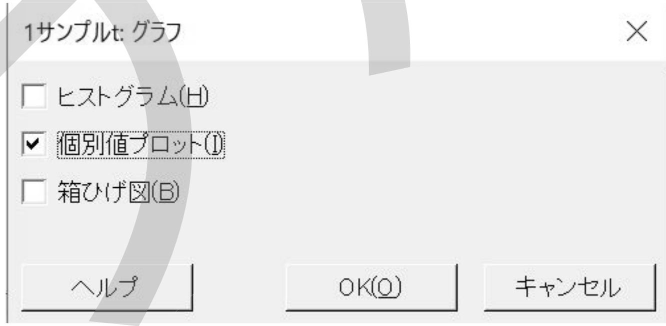
# 信頼区間の使用

前の分析では、シリアルの箱詰め工程の平均値が目標値と差があるかどうかを調べるため、仮説検定を使いました。この差を評価するには、信頼区間を使うこともできます。

1サンプルtのセッションウィンドウの結果に、95%信頼区間の上限値と下限値が含まれています。**[1サンプルt: グラフ]**のサブダイアログボックス内の**[個別値プロット]**を選択することで、信頼区間を表すグラフを得ることができます。

## 1サンプルt

1. **[統計]** > **[基本統計]** > **[1サンプルt]**を選択します。
2. **[グラフ]**をクリックします。
3. ダイアログボックスを次のように設定します。




4. 各ダイアログボックスで**[OK]**をクリックします。

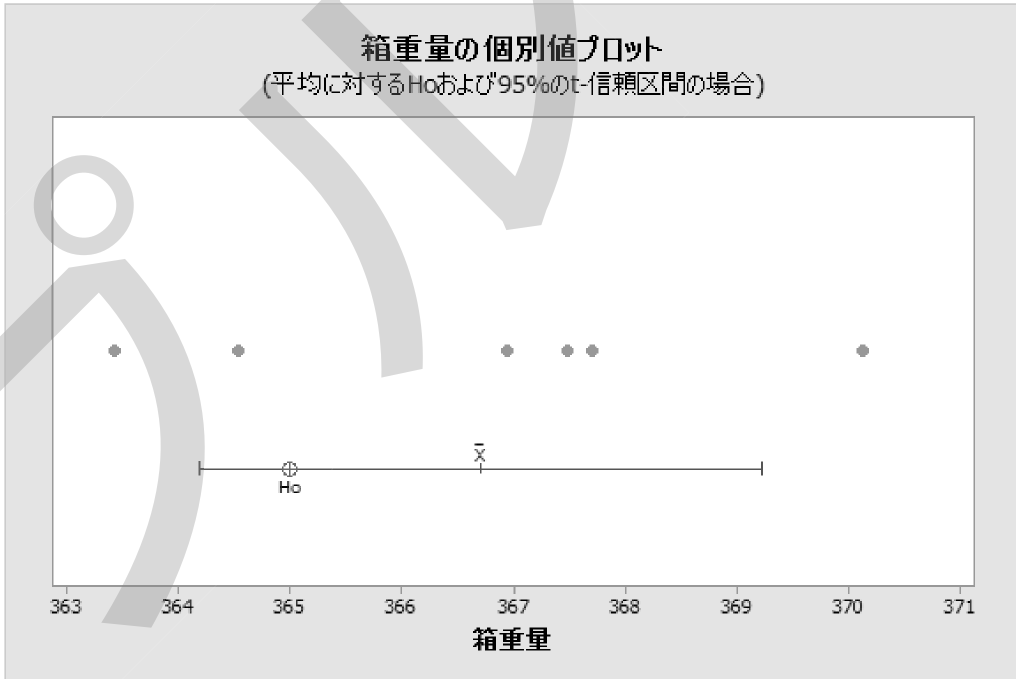
# 結果の解釈

## 信頼区間

信頼区間は、μが存在するであろう範囲です。Minitabでは、個別値プロット上の青い線で信頼区間が示されます。

同じ母集団から繰り返しサンプルを抽出した場合、これらのサンプルから推定される信頼区間のうち、約95％がμを含みます。したがって、いずれのサンプルに対しても、μが信頼区間の中にあることへの95％の信頼度を持つことができます。

**注**　信頼区間は、データの95％を表しているのではありません。これはよくある間違いです。



# 結果の解釈

## 仮説検定

$\overline{X}$とラベル付けされた中央の目盛りは標本平均を表し、$H_0$とラベル付けされた赤いサークルは仮説の母平均（365g）を表します。工程平均が、少なくとも364.2g、大きければ369.2gということについて、95%の信頼度を持つことができます。

信頼区間を使って帰無仮説を検定します。

- $H_0$が区間の外にあれば、仮説検定のp値は0.05以下になる。したがって、有意水準$\alpha$ = 0.05で帰無仮説を棄却できる。
- $H_0$が区間内にあれば、p値は0.05 よりも大きくなる。したがって、有意水準$\alpha$ = 0.05で帰無仮説を棄却することはできない。

今回の場合、$H_0$は信頼区間の内側にあるため、帰無仮説を棄却できません。有意水準$\alpha$ = 0.05で、$\mu$が365gと異なるという十分な根拠はありません。

### 1サンプルt: 箱重量

#### 記述統計量

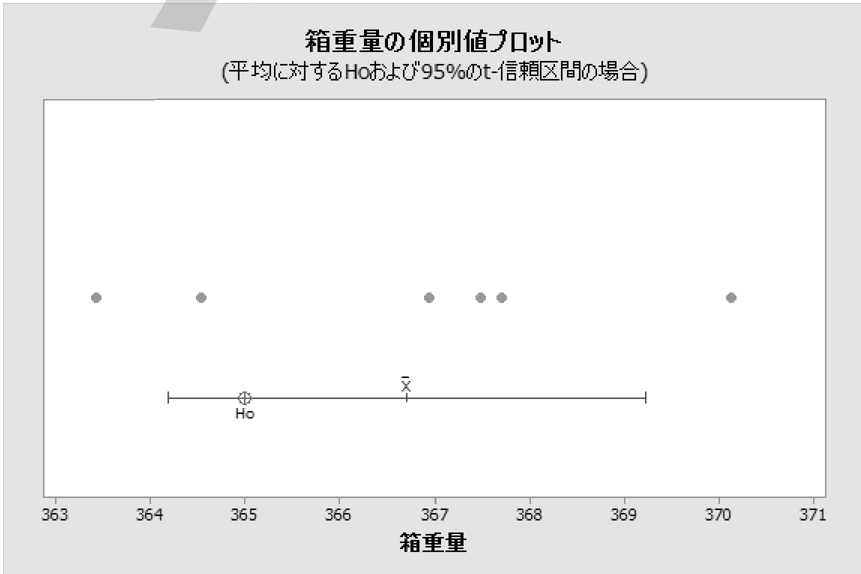
| N | 平均 | 標準偏差 | 平均の標準誤差 | μに対する95%信頼区間 |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 366.704 | 2.403 | 0.981 | (364.183, 369.226) |

μ: 箱重量の平均

#### 検定

帰無仮説　$H_0$: μ = 365
対立仮説　$H_1$: μ ≠ 365

| t値 | p値 |
|---|---|
| 1.74 | 0.143 |



# 考察

## まとめと結論

今回のサンプルデータに基づけば、有意水準$\alpha = 0.05$で帰無仮説を棄却することはできません。つまり、この工程の平均箱詰め重量が365gと異なるという十分な根拠はありません。

t検定と同様に、95％の信頼区間は、シリアルの箱重量の母平均が365gであるという帰無仮説を棄却するのに十分な証拠を示していません。

しかし、信頼区間は、工程平均が少なくとも364.2g、多ければ369.2gであることを95%の信頼度で示す補足的な情報を提供しています。

# 考察

## 仮説

仮説検定は、相反する2つの仮説から出発します。

帰無仮説（$H_0$）:

- 通常、母集団のある特性（平均のような）が指定した値と異なっていないこと、もしくは、他の母集団の特性と異なっていないことを記述する。
- 十分な反証が得られるまでは真であると仮定される
- 真であると証明されることはない。単に、棄却されないだけである。

対立仮説（$H_1$）:

- 帰無仮説が正しくないということを記述する。
- また、差の向きを指定することもできる。

## 有意水準

検定を実施する*前に*有意水準 $\alpha$ を選択します。

- $\alpha$を増やすと、差を検知する可能性が高まる。その反面、本当は真であるにもかかわらず、$H_0$を棄却してしまう可能性も高めてしまう（第1種の過誤）。
- $\alpha$を減らすと、第1種の過誤を犯す可能性が低くなる。しかし、差を検知する可能性も低くしてしまう（第2種の過誤）。

# 考察

## 仮定

各仮説検定は、分析するデータに関して1つ以上の仮定に基づいて行われます。これらの仮定が満たされない場合、その結論は正しくない可能性があります。

どのような時に1サンプルt検定を使うのか

- サンプルは、ランダムに抽出されなければならない。
- サンプルデータは、連続量でなければならない。
- サンプルデータは、正規母集団からのものである。

t検定は、使用する観測値がランダムに収集され、データが連続量で単峰形、かつ、分布がほぼ左右対称であるならば、この仮定からの逸脱に対して頑健です。（[1]を参照）

## 信頼区間

信頼区間は、$\mu$（あるいは、その他の母集団パラメータ）の存在するであろう範囲を提供します。

信頼区間を使って、両側検定（対立仮説が≠）を行うことができます。例えば、仮説値が95％信頼区間内にない場合、有意水準 $\alpha = 0.05$ で $H_0$ を棄却できます。同じように、99％信頼区間を用いて、仮説値がその区間に含まれなければ、有意水準 $\alpha = 0.01$ で、$H_0$ を棄却できます。